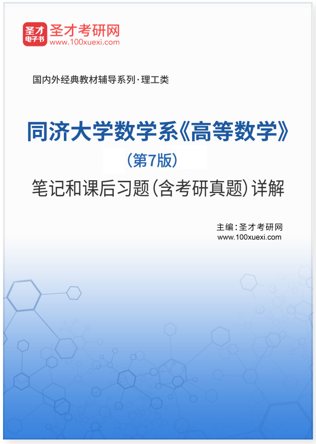
当前位置：首页 > 理工类 > 经典教材 > 数学类（含运筹学） > 同济大学数学系《高等数学》

同济大学数学系《高等数学》（第7版）笔记和课后习题（含考研真题）详解



¥52.80 购买

需要赠送图书。

¥25.00 年费会员免费用 开通会员 购买

只需要电子书，不需要图书。

在线阅读 立即下载

在手机上阅读

微信扫一扫，在手机上阅读本书

电子书信息	图书信息
产品ID：987092	作者：圣才考研网
下载：107次	出版社：中国石化出版社
阅读：198次	书号：9787511454584
更新：2020-07-01	版次：1
文件：13.98 M	出版时间：2019-10-30
下载版适用系统：Win10/Win8/Win7	

目录

内容简介

本书是同济大学数学系《高等数学》（第7版）教材的学习辅导书，主要包括以下内容：

1．整理名校笔记，浓缩内容精华。在参考了国内外名校名师讲授该教材的课堂笔记基础上，复习笔记部分对该章的重难点进行了整理，因此，本书的内容几乎浓缩了该教材的知识精华。

2．解析课后习题，提供详尽答案。本书参考了该教材的国内外配套资料和其他教材的相关知识对该教材的课（章）后习题进行了详细的分析和解答，并对相关重要知识点进行了延伸和归纳。

3．挑选考研真题，总结出题思路。本书挑选了部分名校的相关考研真题，总结出题思路，有利于强化对重要知识点的理解。

本书提供电子书及纸质书，方便对照复习。

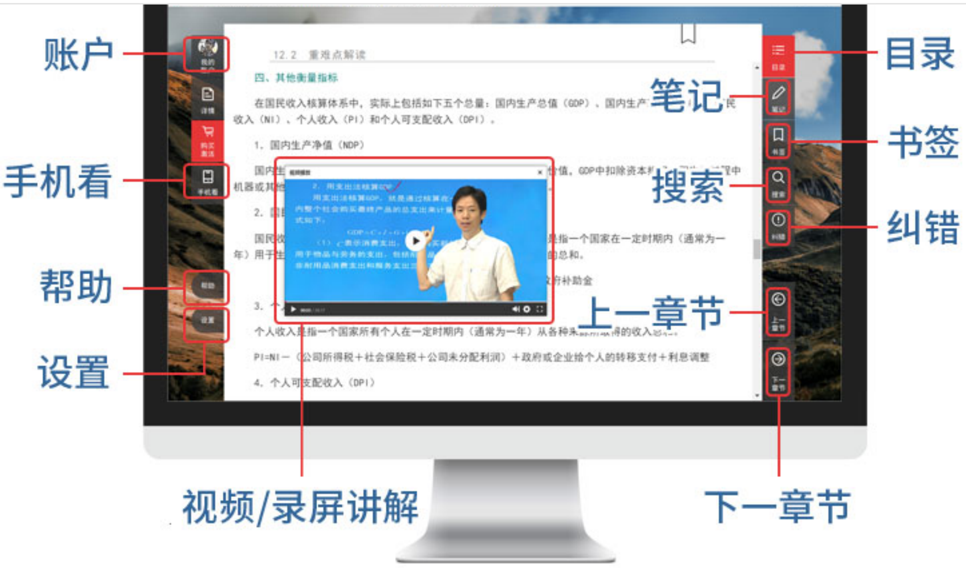
图书描述

图书的内容可能会存在过时等问题，而电子书的内容是实时更新的，最新内容均以电子书为准。

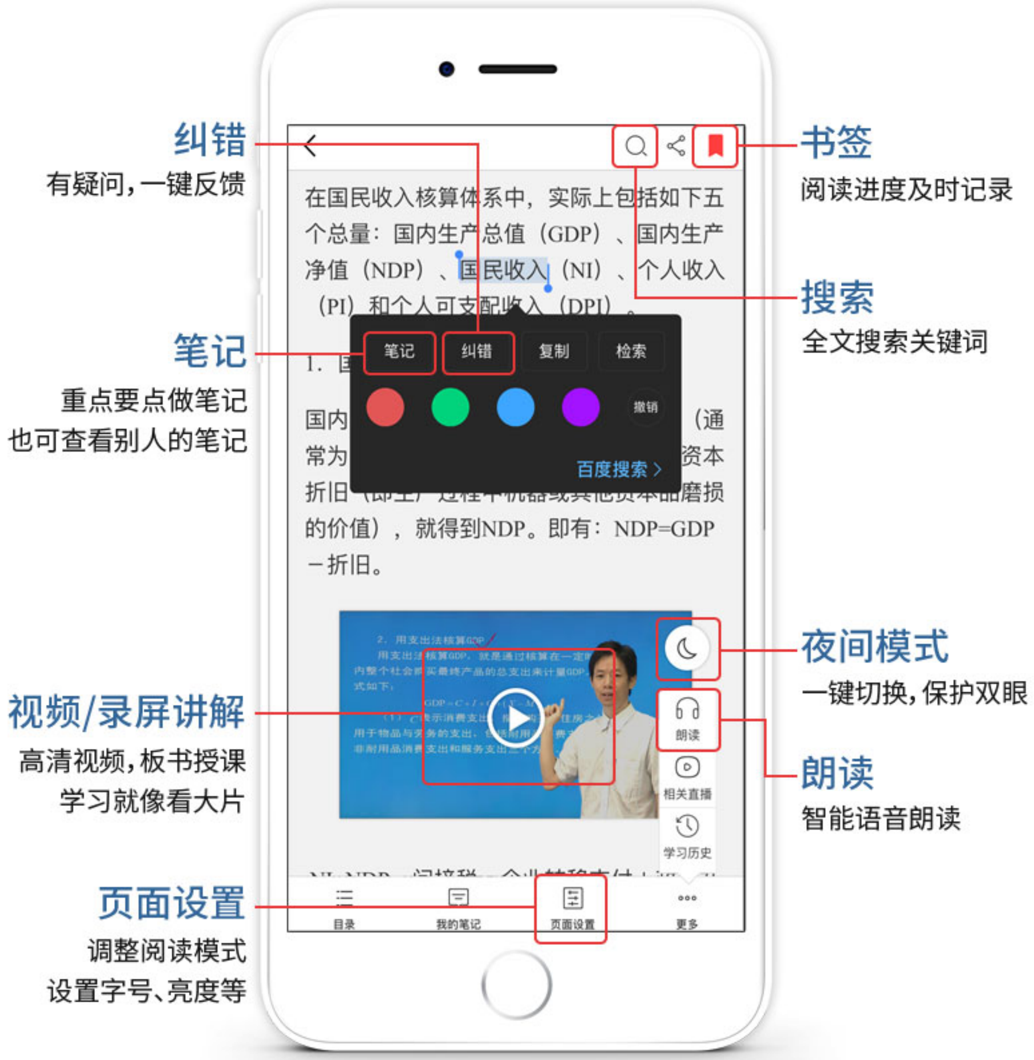
电子书产品界面及功能

1．电子书产品（电子书、题库、视频、录屏、全套等），非实物，一旦购买无法退换。
2．购买后可在手机、电脑、平板等多种平台同步使用。

以下图片为电子书产品界面及功能展示，非本产品内容，仅供参考。



▲电脑端



▲手机端

试读（部分内容）

1.1 复习笔记

一、映射与函数

1 函数

（1）函数的性质（见表1-1）

表1-1 函数的性质

性质		具体内容
有界性	上界	存在 K_1，对任意 $x\in I$ 有 $f(x)\leq K_1$
	下界	存在 K_2，对任意 $x\in I$ 有 $f(x)\geq K_2$
	有界	存在 $M>0$，对任意 $x\in I$ 总有 $\|f(x)\|\leq M$
单调性	单调递增	$x_1<x_2$ 时，$f(x_1)<f(x_2)$
	单调递减	$x_1<x_2$ 时，$f(x_1)>f(x_2)$
周期性		$f(x+T)=f(x)$
奇偶性	偶函数	$f(x)$ 的定义域关于原点对称，且 $f(-x)=f(x)$，图形关于 y 轴对称
	奇函数	$f(x)$ 的定义域关于原点对称，且 $f(-x)=-f(x)$，图形关于原点对称

（2）反函数与复合函数

①反函数的特点

a．函数f和反函数f^{-1}的单调性一致。

b．f的图像和f^{-1}的图像关于直线y＝x对称。

②复合函数

g与f能构成复合函数$f\circ g$的条件是：f的定义域与g的值域的交集不能为空集。

（3）函数的运算

设函数f（x），g（x）的定义域为D_f，D_g，且定义域有交集为D，则可定义这两个函数的下列运算

和（差）$f\pm g$：$(f\pm g)(x)=f(x)\pm g(x)$，$x\in D$。

积$f\cdot g$：$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$，$x\in D$。

商f/g：$(f/g)(x)=f(x)/g(x)$，$x\in D\backslash\{x|g(x)=0, x\in D\}$。

（4）初等函数

5类基本初等函数：幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数。

二、数列的极限

1 数列极限的定义

数列$\{x_n\}$收敛于a$\Leftrightarrow \lim\limits_{n\to\infty}x_n=a\Leftrightarrow\forall\varepsilon>0$，∃正整数N，当n＞N时，有$|x_n-a|<\varepsilon$。

数列$\{x_n\}$是发散$\Leftrightarrow\lim\limits_{n\to\infty}x_n$不存在。

2 收敛数列的性质

（1）唯一性

如果数列$\{x_n\}$收敛，则它的极限唯一。

（2）有界性

如果数列$\{x_n\}$收敛，则数列$\{x_n\}$一定有界。

①有界数列：存在正数M，使得对于一切x_n都满足不等式$|x_n|\leq M$。

②无界数列：不存在正数M，使得对于一切x_n都满足不等式$|x_n|\leq M$。

（3）保号性

（4）收敛数列与其子数列间的关系

①如果数列$\{x_n\}$收敛于a，则它的任一子数列也收敛，且极限也是a。

②如果数列$\{x_n\}$有两个子数列收敛于不同的极限，则数列$\{x_n\}$是发散的。

③一个发散的数列也可能有收敛的子数列。

三、函数的极限

1 函数极限的定义

（1）函数f（x）极限的两种情形

①自变量x趋于有限值x_0时函数的极限

只有$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$及$\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$都存在并且相等时，$x \to x_0$时极限存在。

②自变量x趋于无穷大时函数的极限

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$

⇔∀ε＞0，∃δ＞0，当|x|＞X时，有|f（x）－A|＜ε。

2 函数极限的性质

（1）唯一性

如果$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$存在，则这极限唯一。

（2）局部有界性

如果$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，则存在常数M＞0和δ＞0，使得当0＜$|x-x_0|$＜δ时，有|f（x）|≤M。

（3）局部保号性

①如果$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，且A＞0（或A＜0），则存在常数δ＞0，使得当0＜$|x-x_0|$＜δ时，有f（x）＞0（或f（x）＜0）。

②如果$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A(A \neq 0)$，则存在着$x_0$的某一去心邻域$\mathring{U}(x_0)$，当$x \in \mathring{U}(x_0)$时，有|f（x）|＞|A|/2。

③如果在x_0的某去心邻域内f（x）≥0（或f（x）≤0），而且$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = A$，则A≥0（或A≤0）。

（4）函数极限与数列极限的关系

如果极限$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$存在，$\{x_n\}$为函数f（x）的定义域内任一收敛于$x_0$的数列，且满足：$x_n \neq x_0$（$n \in N_+$），则相应的函数值数列$\{f(x_n)\}$必收敛，且$\lim\limits_{n \to \infty} f(x_n) = \lim\limits_{x \to x_0} f(x)$。

四、无穷小与无穷大

1 无穷小

若$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 0$，称f（x）是$x \to x_0$时的无穷小量。

2 无穷大

（1）定义

若$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \infty$，称f（x）是$x \to x_0$时的无穷大量。

（2）渐近线

设曲线y＝f（x）

①斜渐近线y＝kx＋b

$$b=\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-kx\right]$$

特别地，当k＝0时，曲线有水平渐近线y＝b。

②垂直渐近线

若$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=\infty$（或者左、右极限趋于无穷），则垂直渐近线为x＝$x_0$。

3 无穷大与无穷小之间的关系

在自变量的同一变化过程中，如果f（x）为无穷大，则1/f（x）为无穷小；反之，如果f（x）为无穷小，且f（x）≠0，则1/f（x）为无穷大。

五、极限运算法则

1 极限运算法则相关定理

（1）定理1

两个无穷小的和是无穷小，有限个无穷小之和也是无穷小。

（2）定理2

有界函数与无穷小的乘积是无穷小。

①推论1：常数与无穷小的乘积是无穷小。

②推论2：有限个无穷小的乘积是无穷小。

（3）定理3

如果limf（x）＝A，limg（x）＝B，则

①lim[f（x）±g（x）]＝limf（x）±limg（x）＝A±B；

②lim[f（x）•g（x）]＝limf（x）•limg（x）＝A•B；

③若又有B≠0，则lim（f（x）/g（x））＝limf（x）/limg（x）＝A/B

a．推论1：如果limf（x）存在，而c为常数，则lim[cf（x）]＝climf（x）；

b．推论2：如果存在，而n是正整数，则lim[f（x）]^n＝[limf（x）]^n。

（4）定理4

设有数列{x_n}和{y_n}，$\lim\limits_{n\to\infty} x_n=A, \lim\limits_{n\to\infty} y_n=B$，则

①$\lim\limits_{n\to\infty}(x_n\pm y_n)=A\pm B$；

②$\lim\limits_{n\to\infty}(x_n\bullet y_n)=A\bullet B$；

③当y_n≠0（n＝1，2，…）且B≠0时，$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{y_n}=\dfrac{A}{B}$。

（5）定理5

如果φ（x）≥ψ（x），而limφ（x）＝A，limψ（x）＝B，则A≥B。

（6）定理6（复合函数的极限运算法则）

设函数y＝f[g（x）]是由函数u＝g（x）与函数y＝f（u）复合而成，f[g（x）]在点x_0的某去心邻域内有定义，若$\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=u_0$，$\lim\limits_{u\to u_0} f(u)=A$，且存在$\delta_0$>0，当x∈U（$x_0$，$\delta_0$）时，有g（x）≠$u_0$，则

$$\lim_{x\to x_0} f\left[g(x)\right]=u_0=\lim_{u\to u_0} f(u)=A$$

2 x→x_0时有理分式函数的极限

设多项式f（x）＝$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_n$，则

$$= a_0\left(\lim_{x\to x_0} x\right) + a_1\left(\lim_{x\to x_0} x\right) + \dots + \lim_{x\to x_0} a_n$$

$$= a_0 x_0^n + a_1 x_0^{n-1} + \dots + a_n = f(x_0)$$

又设有理分式函数F（x）＝P（x）/Q（x），其中P（x），Q（x）都是多项式，于是

$$\lim_{x\to x_0} P(x) = P(x_0)$$

$$\lim_{x\to x_0} Q(x) = Q(x_0)$$

如果Q（x_0）≠0，则

$$\lim_{x\to x_0} F(x) = \lim_{x\to x_0}\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to x_0} P(x)}{\lim\limits_{x\to x_0} Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)} = F(x_0)$$

注：若Q（x_0）＝0则关于商的极限的运算法则不能应用，那就需要特别考虑。

六、极限存在准则及两个重要极限

1 极限存在准则

（1）夹逼准则

①夹逼准则1

如果数列{x_n}，{y_n}及{z_n}满足下列条件：

a．从某项起，即∃n_0∈N_+，当n＞n_0时，有y_n≤x_n≤z_n；

b．$\lim\limits_{n\to\infty} y_n = a, \lim\limits_{n\to\infty} z_n = a$，则数列{$x_n$}的极限存在，且$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$。

②夹逼准则2

a．当$x\in \mathring{U}(x_0, r)$（或|x|＞M）时，g（x）≤f（x）≤h（x）；

b．$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}} g(x) = A, \lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}} h(x) = A$，则$\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\(x\to\infty)}} f(x)$存在，且等于A。

（2）单调有界准则

单调有界数列必有极限。

（3）左极限存在准则

设函数f（x）在点x_0的某个左邻域内单调并且有界，则f（x）在x_0的左极限f（x_0^-）必定存在。

（4）柯西极限存在准则

数列{x_n}收敛的充分必要条件是：对于任意给定的正数ε，存在正整数N，使得当m＞N，n＞N时，有|x_n－x_m|＜ε。

2 两个重要极限

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1，\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$$

3 常见函数的极限

（1）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{1}{\cos x}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{1}{\cos x} = 1$。

（2）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin^2 x}{x^2}\cdot\frac{1}{1+\cos x}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2\cdot\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{1+\cos x} = \frac{1}{2}$。

（3）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin x}{x} = \lim\limits_{t\to 0}\frac{t}{\sin t} = 1$（令t＝arcsinx）。

（5）$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}=0$（sinx有界，1/x（x→∞）为无穷小），$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$。

（6）$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+\ldots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+\ldots+b_n}=\begin{cases}0,当n>m\\ \frac{a_0}{b_0},当n=m\\ \infty,当n<m\end{cases}$，其中$a_0\neq 0$，$b_0\neq 0$，m和n为非负整数。

（7）幂指函数的极限

一般地，对于形如$u(x)^{v(x)}$（$u(x)>0$，$u(x)\neq 1$）的函数（通常称为幂指函数），如果$\lim u(x)=a>0$，$\lim v(x)=b$，$\lim u(x)^{v(x)}=a^b$。

注：这里三个lim都表示在同一自变量变化过程中的极限。

4 有关sinx，x，tanx的不等式

sinx＜x＜tanx，∀x∈（－π/2，0）或（0，π/2）

七、无穷小的比较

1 相关无穷小的定义（见表1-2）

表1-2 相关无穷小的定义

条件	结论
lim（β/α）＝0	β是比α高阶的无穷小
lim（β/α）＝∞	β是比α低阶的无穷小
lim（β/α）＝c≠0	β与α是同阶无穷小
lim（β/α^k）＝c≠0，k>0	β是关于α的k阶无穷小
lim（β/α）＝1	β与α是等价无穷小

2 定理

设$\alpha\sim\tilde{\alpha}$，$\beta\sim\tilde{\beta}$且$\lim(\tilde{\beta}/\tilde{\alpha})$存在，则$\lim(\beta/\alpha)=\lim(\tilde{\beta}/\tilde{\alpha})$。

3 常用的等价无穷小

sinx～x，tanx～x，arcsinx～x，$1-\cos x\sim x^2/2$（x→0），ln（1＋x）～x（x→0），$e^x-1\sim x$（x→0），$(1+x)^\alpha-1\sim\alpha x$（x→0）

八、函数的连续性与间断点

1 函数的连续性

（1）连续

f（x）在x_0连续⇔∀ε＞0，∃δ＞0，当$|x-x_0|<\delta$，有$|f(x)-f(x_0)|<\varepsilon$。

（2）左连续和右连续

①左连续

若$\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$，则称f（x）在点$x_0$处左连续。

②右连续

若$\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$，则称f（x）在点$x_0$处左连续。

③连续函数

在区间上每一点都连续的函数，称为在该区间上的连续函数，又称函数在该区间上连续。

④有理分式函数的连续性

2 函数的间断点的类型（见表1-3）

表1-3 函数间断点的类型

<table>
<tr><th colspan="2">要点</th><th>主要内容</th></tr>
<tr><td rowspan="2">第一类间断点（左极限、右极限都存在）</td><td>可去间断点</td><td>在间断点处函数左右极限相等但不等于 $f(x_0)$（或 $f(x)$ 在 x_0 处无定义）</td></tr>
<tr><td>跳跃间断点</td><td>在间断点处函数左右极限不相等</td></tr>
<tr><td>第二类间断点</td><td colspan="2">左极限及右极限中至少有一个不存在的间断点</td></tr>
</table>

九、连续函数的运算与初等函数的连续性

1 连续函数的和、差、积、商的连续性

设函数f（x）和g（x）在点x_0连续，则它们的和（差）f±g、积f·g及商f/g（当g（x_0）≠0时）都在点x_0连续。

2 反函数与复合函数的连续性

（1）反函数的连续性

如果函数y＝f（x）在区间I_x上单调增加（或单调减少）且连续，则它的反函数x＝f^{-1}（y）也在对应的区间I_y＝{y|y＝f（x），x∈I_x}上单调增加（或单调减少）且连续。

（2）复合函数的连续性

①定理1

设函数y＝f[g（x）]由函数u＝g（x）与函数y＝f（u）复合而成，$\mathring{U}(x_0)\subset D_{f\circ g}$。若 $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)=u_0$，而函数y＝f（u）在u＝$u_0$连续，则

$$\lim_{x\to x_0} f\left[g(x)\right]=\lim_{u\to u_0} f(u)=f(u_0)$$

②定理2

设函数y＝f[g（x）]是由函数u＝g（x）与函数y＝f（u）复合而成，U（x_0）⊂$D_{f\circ g}$。若函数u＝g（x）在x＝x_0连续，且g（x_0）＝u_0，而函数y＝f（u）在u＝u_0连续，则复合函数y＝f[g（x）]在x＝x_0也连续。

3 初等函数的连续性

（1）基本初等函数在它们的定义域内都是连续的。

（2）一切初等函数在其定义区间内都是连续的。

十、闭区间上连续函数的性质

1 函数f（x）在闭区间[a，b]上连续

如果函数f（x）在开区间（a，b）内连续，在右端点b左连续，在左端点a右连续，则函数f（x）就是在闭区间[a，b]上连续。

2 闭区间上连续函数的性质（见表1-4）

表1-4 闭区间上连续函数的性质

<table>
<tr><th>性质</th><th colspan="2">具体内容</th></tr>
<tr><td>有界性与最大值最小值定理</td><td colspan="2">在该区间上有界且一定能取得它的最大值和最小值</td></tr>
<tr><td rowspan="2">零点定理与介值定理</td><td>零点定理</td><td>f（a）与f（b）异号，则在开区间（a，b）内至少有一点ξ，使f（ξ）＝0</td></tr>
<tr><td>介值定理</td><td>函数在区间的端点取不同的函数值f（a）＝A及f（b）＝B则对于A与B之间的任意一个数C，在开区间（a，b）内至少有一点ξ，使得f（ξ）＝C（a<ξ<b）</td></tr>
</table>

如果函数f（x）在区间I上一致连续，则f（x）在区间I上一定连续；当f（x）在区间I上连续，f（x）在区间I上不一定一致连续。

（2）一致连续性定理

如果函数f（x）在闭区间[a，b]上连续，则它在该区间上一致连续。

请务必确认，你是使用购买了电子书产品的账号登录查看。

3．视频可以离线观看吗？

答：不可离线观看。

如你在使用中遇到了其他无法自行解决的问题，请联系客服。